Faire des maths autrement. . .Faire d'autres maths !

Van Geet Patricia

Présentation à la SBPMef

25 août 2014

L'enseignement qui n'entre que par les yeux et les oreilles ressemble à un repas pris en rêve.

Proverbe chinois

Sommaire

- Genèse du projet
- Organisation
- Menu
- Exemples d'ateliers
- En pratique . . .

Genèse du projet

Deux idées motrices :

- Pourquoi pas une journée mathématique puisqu'il existe une journée sportive ?
  Développer le corps et l'esprit !
- L'envie de partager des maths qui m'amusent, espérant éveiller le même amusement chez quelques élèves...

Genèse du projet

Je passe pour « l'originale » dans une école où les maths, c'est « bof . . . ».
Et mes collègues acceptent de « jouer le jeu ».

Genèse du projet

Le projet « une journée de math pour tous les élèves » devient « une matinée pour les classes de premières » et « une matinée pour les classes de deuxièmes », toutes sections confondues.

Sommaire

- Genèse du projet
- Organisation
- Menu
- Exemples d'ateliers
- En pratique . . .

Organisation

- 4 heures de cours, 4 ateliers

Organisation

- 4 heures de cours, 4 ateliers
- 10 à 12 élèves par atelier

Organisation

- 4 heures de cours, 4 ateliers
- 10 à 12 élèves par atelier
- 12 ateliers regroupés en menus

Organisation

- 4 heures de cours, 4 ateliers
- 10 à 12 élèves par atelier
- 12 ateliers regroupés en menus
- 10 à 12 « animateurs »

Organisation

N'ayant que six enseignants pour animer 12 ateliers en parallèle, un partenariat avec l'Ecole Normale Catholique du Brabant Wallon s'est installé.
Sous la supervision de Martine Cheu, une dizaine d'élèves de 2ème bac en mathématiques préparent et animent, en duo, six ateliers.

Sommaire

Menu

Chaque menu comporte 4 types d'ateliers.

- géométrie plane (A)

Menu

Chaque menu comporte 4 types d'ateliers.

- géométrie plane (A)
- géométrie dans l'espace (B)

Menu

Chaque menu comporte 4 types d'ateliers.

- géométrie plane (A)
- géométrie dans l'espace (B)
- curiosités, énigmes (algèbre) (C)

Menu

Chaque menu comporte 4 types d'ateliers.

- géométrie plane (A)
- géométrie dans l'espace (B)
- curiosités, énigmes (algèbre) (C)
- jeu (D)

Menu

Exemples de menus

menu Rouche	menu Pascal	menu Newton
A1	B2	C1
B2	A1	D2
C1	D2	A1
D2	C1	B2

Une feuille détaillant les divers ateliers proposés est affichée dans chaque classe.

Menu

Détails d'un menu.

Menu Rouche

- tangram de l'œuf (A1)
- création de pop up (B2)
- carrés magiques (C1)
- spectrangle (D2)

Sommaire

Exemples d'ateliers

Quelques exemples d'ateliers de chaque type.

Exemples d'ateliers

Ateliers A - Géométrie plane

- tangram de l'œuf

Exemples d'ateliers

Ateliers A - Géométrie plane

- tangram de l'œuf
- construction de pavages selon Escher

Exemples d'ateliers

Ateliers A - Géométrie plane

- tangram de l'œuf
- construction de pavages selon Escher
- théorème des couleurs

Exemples d'ateliers

Ateliers A - Géométrie plane

- tangram de l'œuf
- construction de pavages selon Escher
- théorème des couleurs
- dessin d'entrelacs

Exemples d'ateliers

Ateliers B - Géométrie dans l'espace.

- création de pop up

Exemples d'ateliers

Ateliers B - Géométrie dans l'espace.

- création de pop up
- construction de cubes avec des coins en moins, à partir d'enveloppes

Ateliers B - Géométrie dans l'espace.

- création de pop up
- construction de cubes avec des coins en moins, à partir d'enveloppes
- le flexacube

Ateliers B - Géométrie dans l'espace.

- création de pop up
- construction de cubes avec des coins en moins, à partir d'enveloppes
- le flexacube
- confection d'origamis

Exemples d'ateliers

Ateliers C - Curiosités mathématiques

- tours de magie

Exemples d'ateliers

Ateliers C - Curiosités mathématiques

- tours de magie
- messages codés

Exemples d'ateliers

Ateliers C - Curiosités mathématiques

- tours de magie
- messages codés
- carrés magiques

Exemples d'ateliers

Ateliers D - Jeux

- math tape (jeu crée par des étudiants)

Exemples d'ateliers

Ateliers D - Jeux

- math tape (jeu crée par des étudiants)
- réflexion

Exemples d'ateliers

Ateliers D - Jeux

- math tape (jeu crée par des étudiants)
- réflexion
- quatro

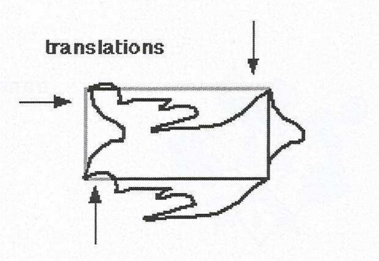
Exemples d'ateliers

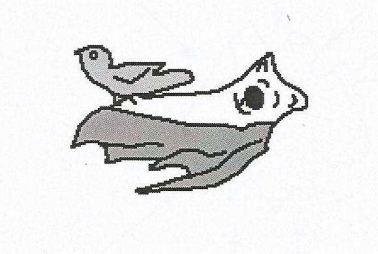
Ateliers D - Jeux

- math tape (jeu crée par des étudiants)
- réflexion
- quatro
- cathédrale

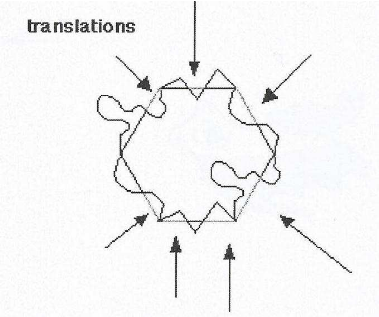
Sommaire

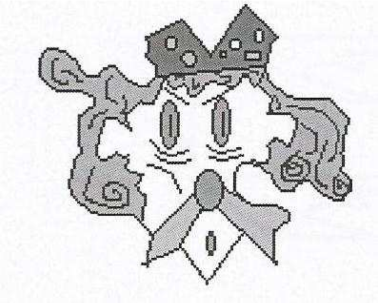
Modifier un rectangle à l'aide de translations





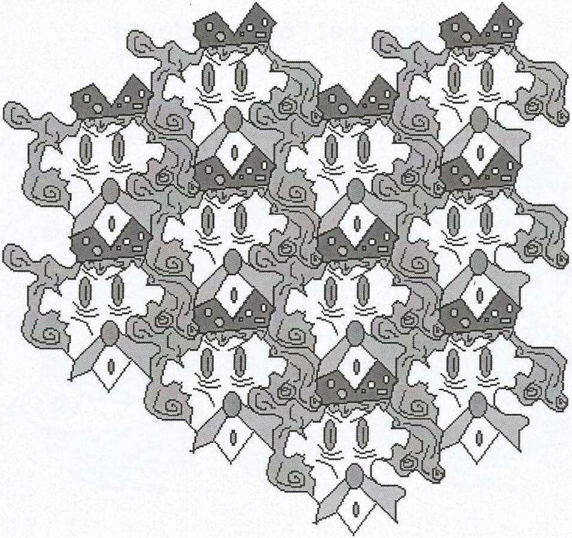
Modifier un hexagone à l'aide de translations



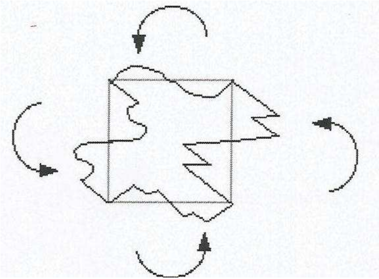


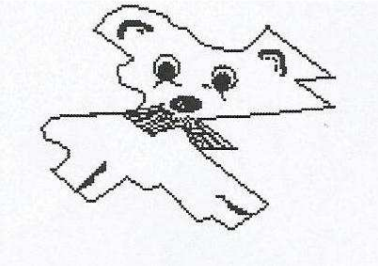
Pavages selon Escher

Le Roi

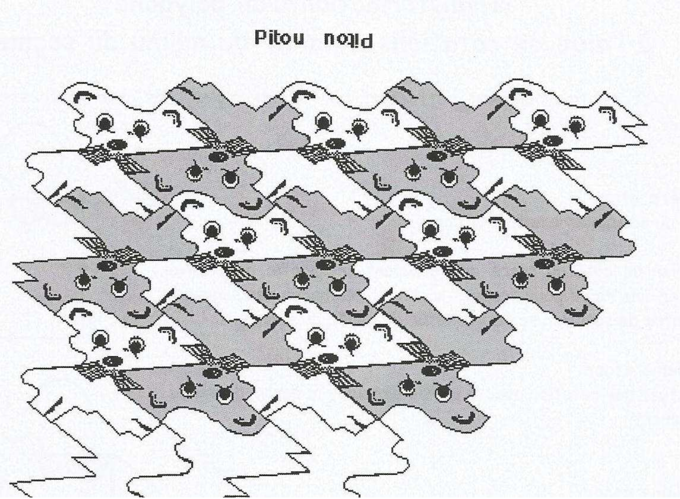


Modifier un carré à l'aide de rotations du milieu d'un segment





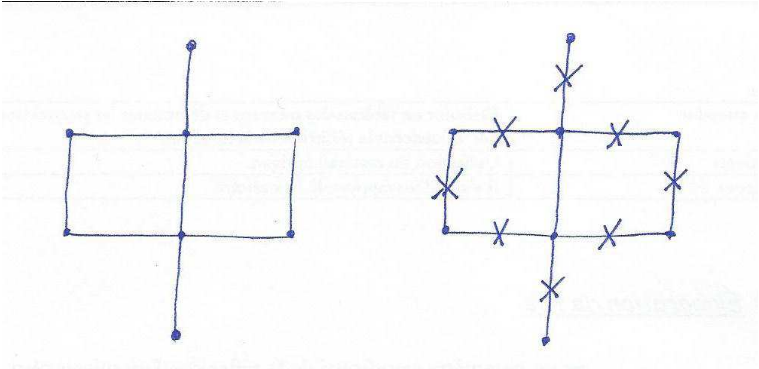
Pavages selon Escher



Dessiner des entrelacs

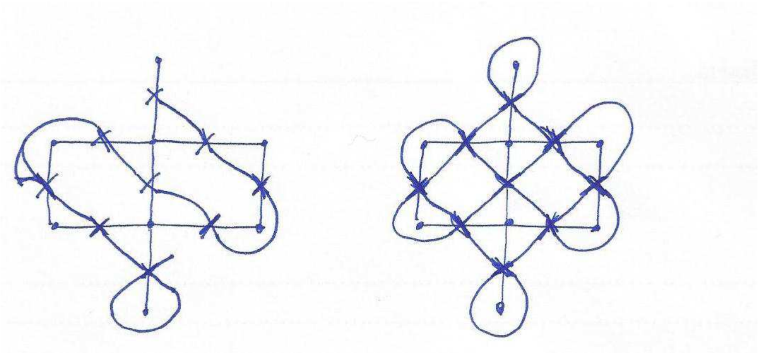
« Comprendre et reproduire quelque chose d'apparemment complexe .... Les math permettent cela ! ».

Point de départ : un graphe. Dessiner ensuite une croix au milieu de chaque segment.



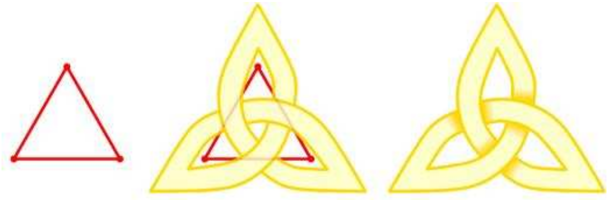
Dessiner des entrelacs

Longer les murs et franchir les portes ...

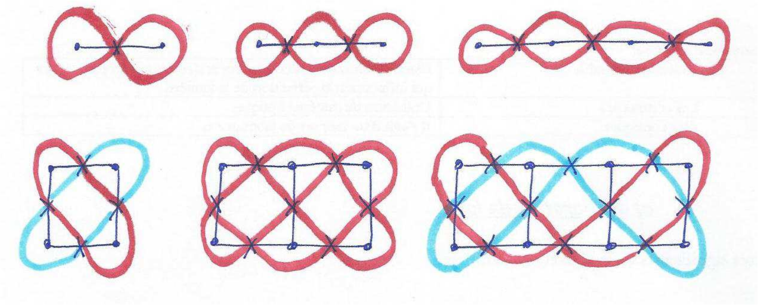


Dessiner des entrelacs

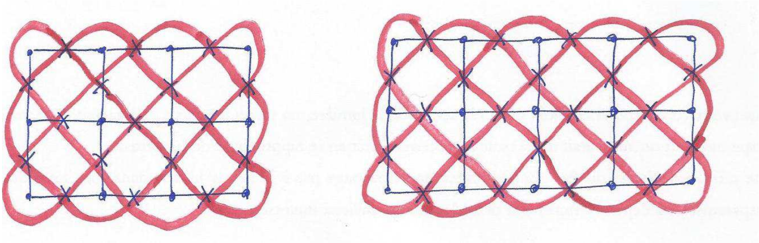
Ensuite, on dessine un *chemin* en épaississant le trait et en appliquant la règle *au dessus, en-dessous* à chaque croisement avec un brin.

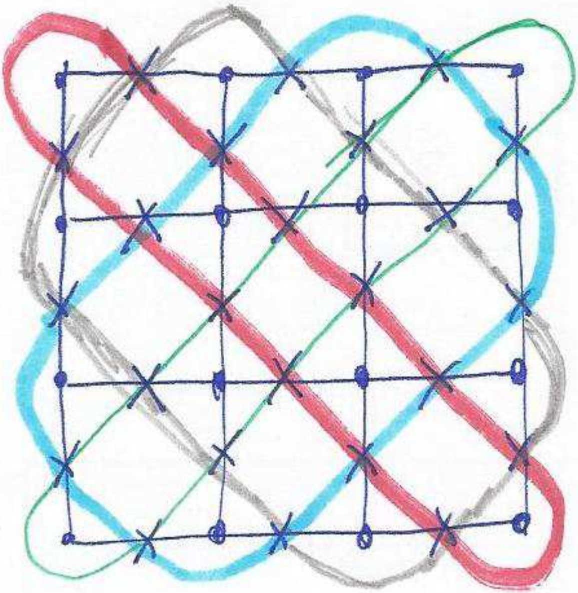


Dessiner des entrelacs



Dessiner des entrelacs





Cherchons la relation qui unit le nombre de brins et les dimensions d'un rectangle.

Dessiner des entrelacs

En construisant un tableau répertoriant le nombre de brins et le nombre de points sur chaque côté du rectangle, on remarque ceci :

- les carrés ont le même nombre de brins que le nombre de points sur le côté.

En construisant un tableau répertoriant le nombre de brins et le nombre de points sur chaque côté du rectangle, on remarque ceci :

- les carrés ont le même nombre de brins que le nombre de points sur le côté.
- pour les rectangles, le nombre de brins correspond au plus grand diviseur commun (PGCD) des points de la longueur et de la largeur.

Dessiner des entrelacs

Par exemple, pour un carré de 4 points de côté on a un entrelacs de 4 brins.
Pour un rectangle de 4 points de longueur et 2 points de largeur on a un entrelacs de 2 brins.

Cherchons la relation qui unit le nombre de brins et les dimensions d'un triangle équilatéral.

Dessiner des entrelacs

En construisant un tableau répertoriant le nombre de brins et le nombre de points sur un côté du triangle, on remarque ceci :

- si le nombre de points est pair, le nombre de brins correspond à la moitié du nombre de points.
  Soit $b = p : 2$

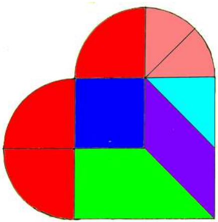
En construisant un tableau répertoriant le nombre de brins et le nombre de points sur un côté du triangle, on remarque ceci :

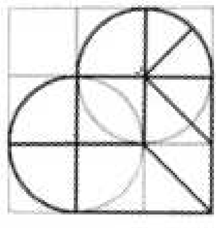
- si le nombre de points est pair, le nombre de brins correspond à la moitié du nombre de points.
  Soit b = p : 2
- si le nombre de points est impair, le nombre de brins correspond au nombre de points augmenté de 1, divisé par 2.
  Soit b = (p + 1) : 2

Dessiner des entrelacs

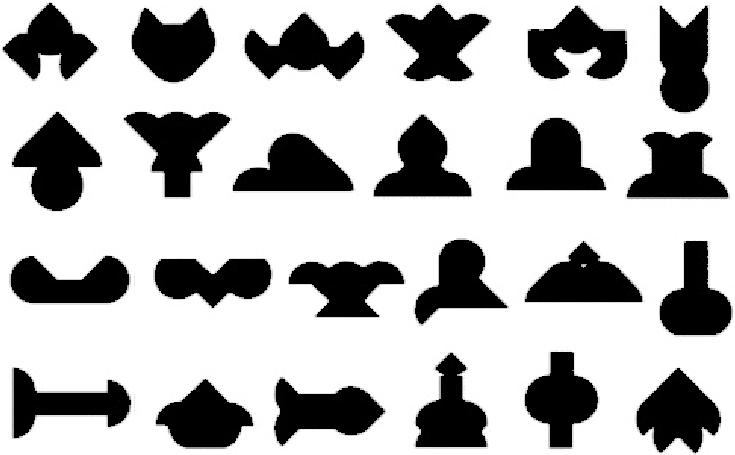
Par exemple, pour un triangle de 8 points, on a un entrelacs de 4 brins.
Pour un triangle de 5 points, on a un entrelacs de $(5 + 1) : 2$ soit 3 brins.

Le tangram du cœur

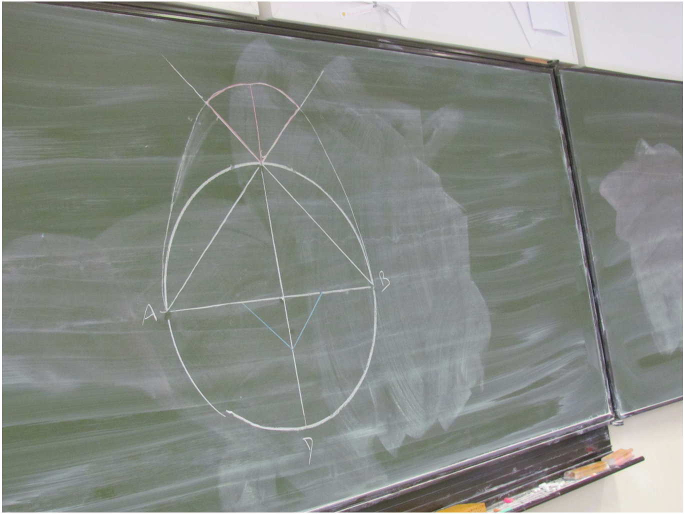




Tangram



Le tangram de l'œuf



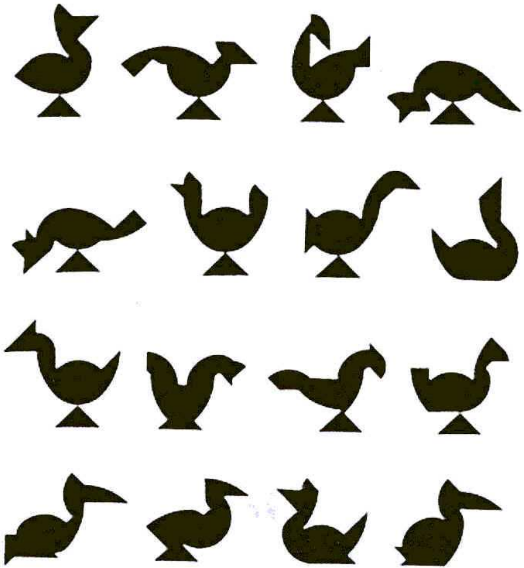
Construction de l'œuf

Trace un cercle de centre I et de rayon 5 cm.
Trace un diamètre [AB] horizontalement et un diamètre [CD] perpendiculaire à [AB].
Place le point E sur [CD] tel que [DE] = 3 cm, et que E soit à l'intérieur du cercle.
Trace le cercle de centre E passant par D ; il coupe le segment [AB] en M et en N. Trace les segments [ME] et [NE].
Trace les demi-droites [AC) et [BC).
Construis le cercle de centre C et de rayon 3 cm. Ce cercle coupe [AC) en 2 points : nomme F le point le plus éloigné de A. Ce cercle coupe aussi [BC) en deux points : nomme G le point le plus éloigné de B.

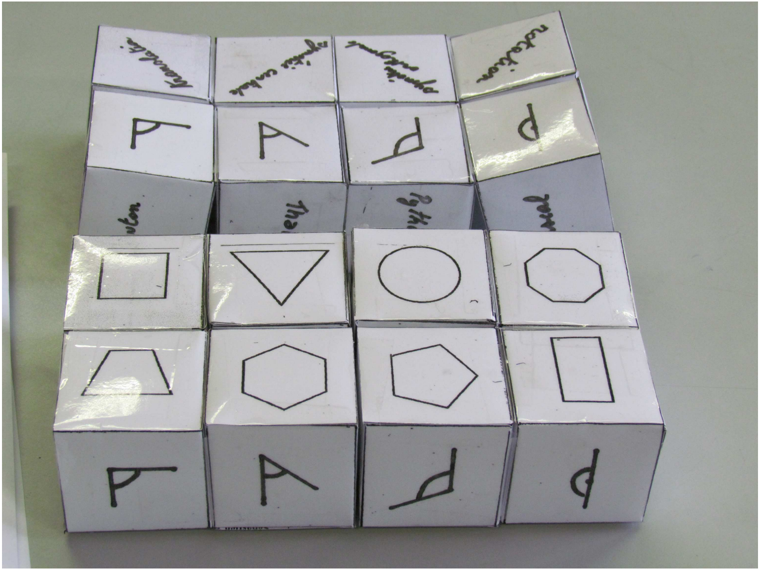
Tangram

Enfin, relie les points B et F en traçant l'arc de cercle de centre A, puis relie les points A et G en traçant l'arc de cercle de centre B.

Tangram



Flexagone



Flexagone

La manipulation du flexagone permet de faire apparaître soit un cube, soit un prisme droit à base rectangulaire. Dans tous les cas, le solide est constitué de 8 cubes identiques. C'est l'occasion de faire chercher par les élèves le nombre de faces à illustrer, le nombre de faces visibles lorsque le cube ou le prisme apparaît. Les élèves travaillent par groupe de deux.

- Chaque groupe choisit un développement de son choix (cube ou prisme). Sur chaque développement, une seule face d'un seul cube est dessinée.

Flexagone

La manipulation du flexagone permet de faire apparaître soit un cube, soit un prisme droit à base rectangulaire. Dans tous les cas, le solide est constitué de 8 cubes identiques. C'est l'occasion de faire chercher par les élèves le nombre de faces à illustrer, le nombre de faces visibles lorsque le cube ou le prisme apparaît. Les élèves travaillent par groupe de deux.

- Chaque groupe choisit un développement de son choix (cube ou prisme). Sur chaque développement, une seule face d'un seul cube est dessinée.
- Les élèves placent les carrés illustrant les faces du solide, sur le développement.

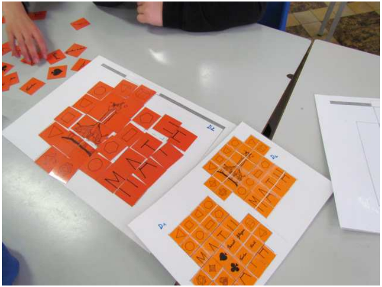
Flexagone

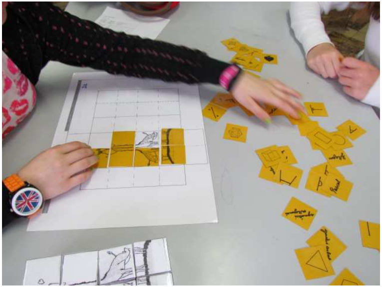
- Ils échangent leur développement ainsi « illustré » avec celui d'un autre groupe.

Flexagone

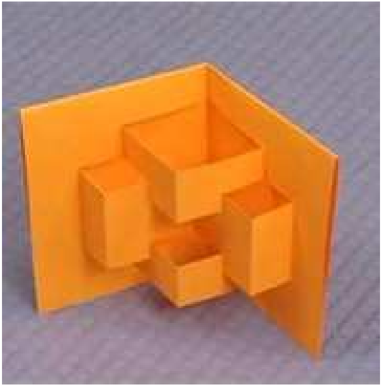
- Ils échangent leur développement ainsi « illustré » avec celui d'un autre groupe.
- À partir du développement reçu, il s'agit de reconstituer le solide dans sa bonne position.

Flexagone





Carte Pop up : effet garanti !



Pop up

- Comment découper pour obtenir un cube ?

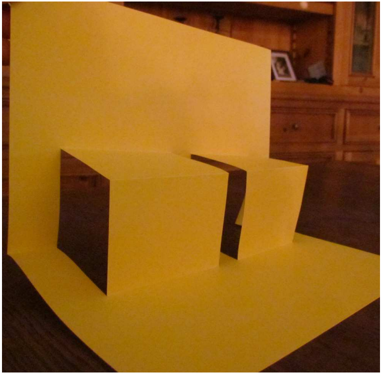
Pop up

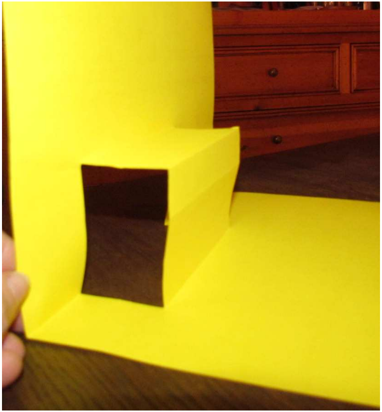
- Comment découper pour obtenir un cube ?
- Comment découper pour obtenir un prisme à base carré (non cube) ?

Pop up

- Comment découper pour obtenir un cube ?
- Comment découper pour obtenir un prisme à base carré (non cube) ?
- Comment découper pour obtenir un prisme à base rectangulaire ?

Pop up





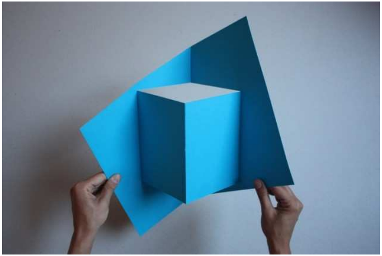
Pop up

Écrire des mots avec l'effet pop up . . .

Pop up

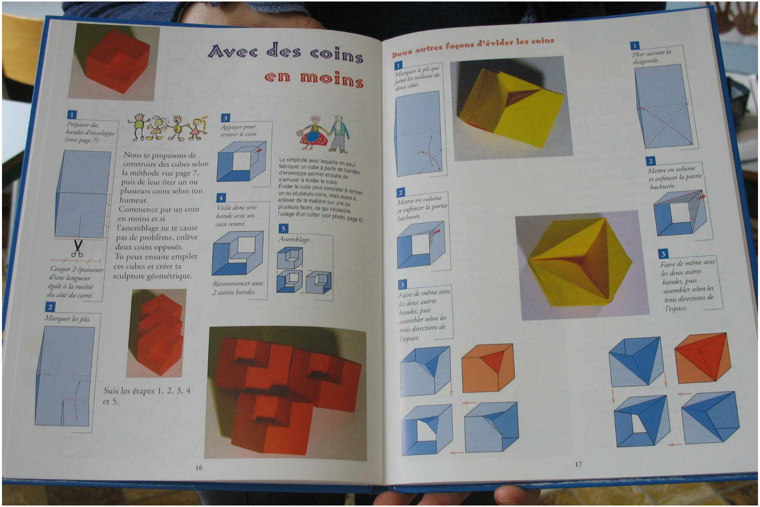
Pop up

Des pop up dans notre quotidien

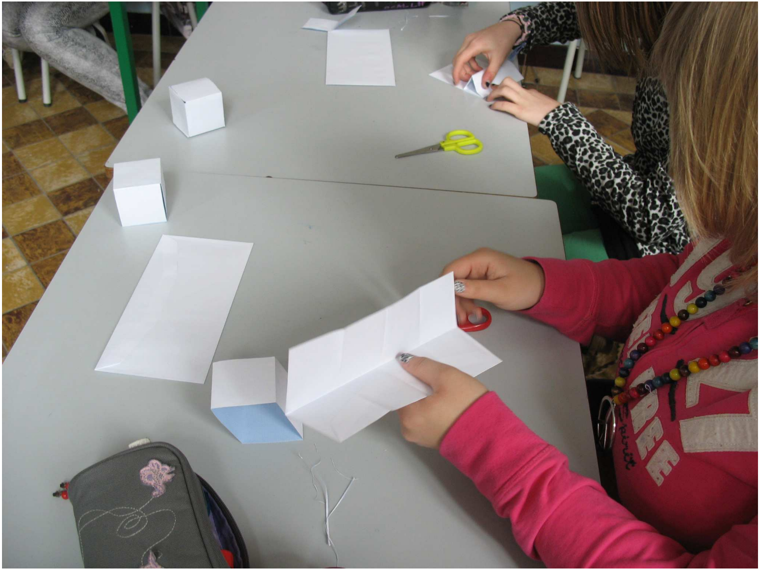


À partir d'enveloppes

À partir d'enveloppes

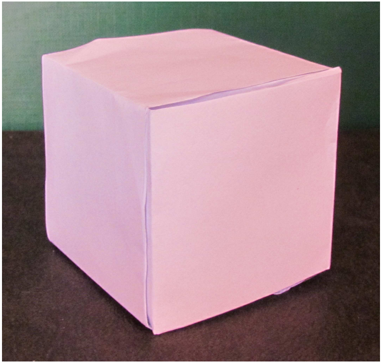


À partir d'enveloppes



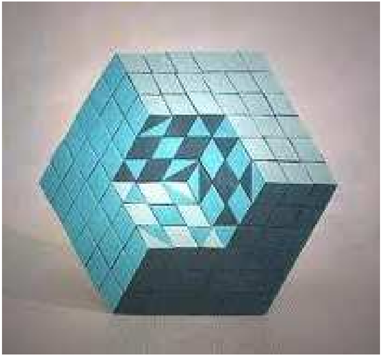
À partir d'enveloppes

Ce solide ressemble à un cube. Mais est-ce un cube ? Peut-on obtenir un tel cube en utilisant un autre format d'enveloppe ?



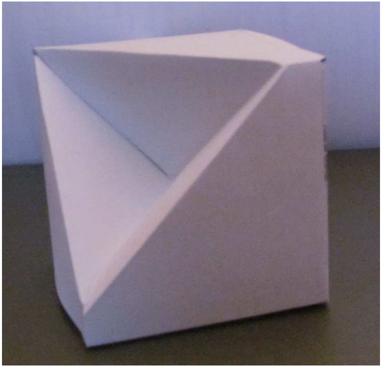
À partir d'enveloppes

Quel pliage effectuer pour obtenir ce cube avec un coin en moins ?



À partir d'enveloppes

Quel pliage effectuer pour obtenir ce cube avec un coin en moins ?



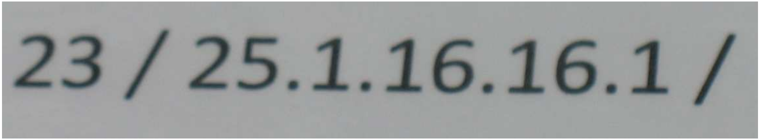
Codes secrets

Ferais-tu un bon cryptanalyste ? Sais-tu décoder ce message ?

Codes secrets

Le nombre 23 représente une lettre qui, à elle seule, représente un mot. Dans la langue française, c'est le cas des lettres A et Y.

Supposons que 23 représente la lettre A, 24 représente la lettre B et 25 la lettre C etc . . .



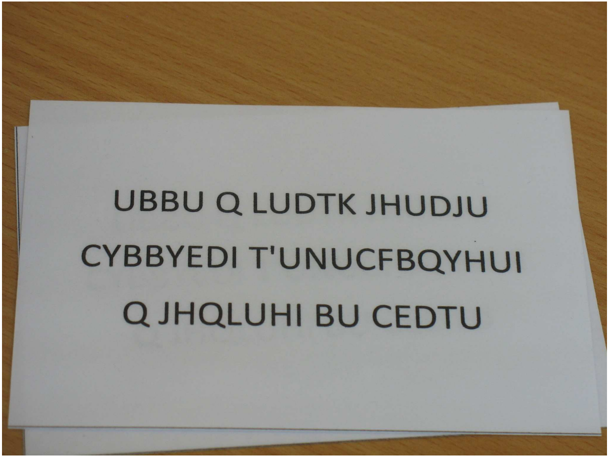
On peut lire les mots « a cette ».

Codes secrets

D'autres codes dits « de chiffrement par décalage ».
code Hélène : où L vaut N
code Hervé : où R vaut V
code œufs pourris : E pour I
code Eiffel : où F vaut L
code Jeux Olympiques : où J vaut O

Codes secrets

Autre message, autre décodage . . .



- Crée un tableau donnant la fréquence de chaque lettre de ce message crypté.

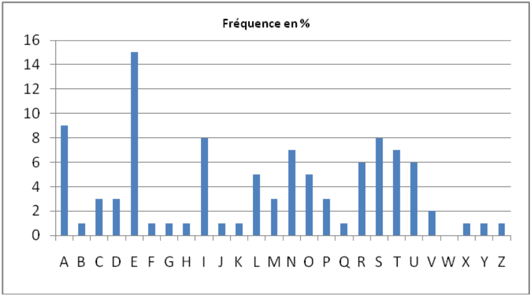
Codes secrets

- Crée un tableau donnant la fréquence de chaque lettre de ce message crypté.
- Affiche l'histogramme des fréquences.

- Crée un tableau donnant la fréquence de chaque lettre de ce message crypté.
- Affiche l'histogramme des fréquences.
- Recherche la lettre la plus employée.

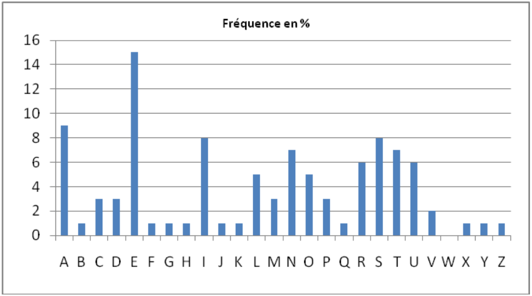
Codes secrets

- Compare-la à l'histogramme des fréquences de l'alphabet classique, pour la langue française.



Codes secrets

- Compare-la à l'histogramme des fréquences de l'alphabet classique, pour la langue française.



- Décale l'alphabet de « quelques » rangs pour trouver la valeur des autres lettres.


LYXTYEBC
BONJOURS
code

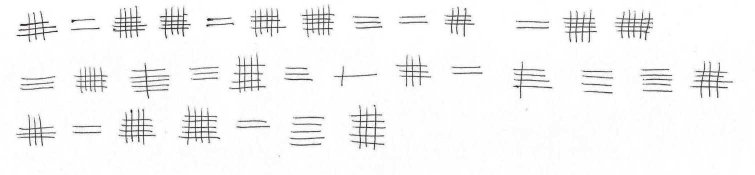
Codes secrets

Et pour les plus courageux ...

XFRFOJXYJIJXNWJVZJATZXFWWJYNJENRRJINFYJRJSYQ
JLJSJWFQIJGZQTSIJNQUTWYJWFZSRFXVZJIJKJW

Aide : dans cet exemple, la lettre la plus fréquente est ...

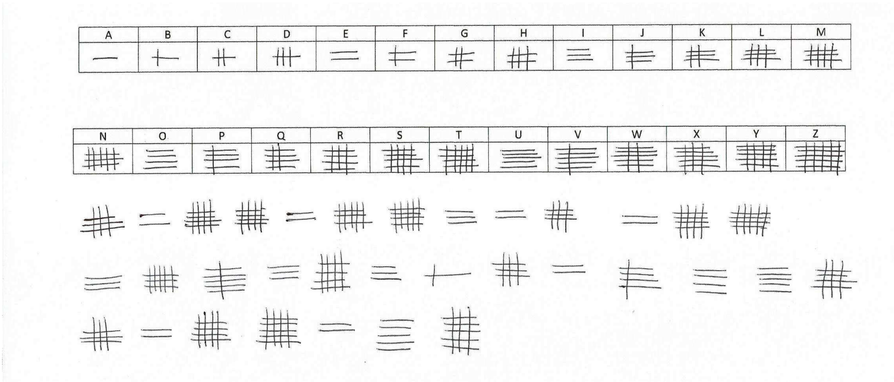
Des codes à lignes verticales et horizontales à croiser. . .C'est celui du « secret des loups » des Scouts et Guides de France.



Codes secrets

On parcourt d'abord les lignes horizontales en récitant les voyelles (excepté y) dans l'ordre : A, E, I, O, U, puis, on récite les lettres de l'alphabet qui suivent la dernière voyelle obtenue pour les lignes verticales.
Par exemple : 3 lignes horizontales et 4 lignes verticales donne AEI, puis JKLM. La lettre voulue est donc M.

Codes secrets



Carré magique

Construire des carrés magiques.
« Je vais réaliser devant vous une performance mathématique ». Je dessine un carré de 16 cases.

« Peux-tu me donner un nombre, disons . . .entre . . .50 et 100 ? ». Ce nombre sera égal à la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale.

Je remplis alors chaque case du carré en commençant par la case en haut, à gauche et ce, dans l'ordre de lecture.

Carré magique

Le « TRUC ».

A = 6	x = 1
B = 9	y = 2
C = 15	
D = ?	

Je choisis 3 nombres différents : A, B et C, dont la somme vaut 30. La valeur de D sera le nombre du carré magique dont je soustrais 30 (A + B + C). Les nombres X et Y sont des petits nombres.

Carré magique

C - x	B + x + y	A + x - y	D - x
D - y	A	B	C + y
B + y	C	D	A - y
A + x	D - x - y	C - x + y	B + x

Je remplace les formules de chaque case par les valeurs choisies.

Carré magique

Carré magique pour une somme égale à 91.

15-1	9+3	6-1	?-1
?-2	6	9	15+2
9+2	15	?	6-2
6+1	?-3	15+1	9+1

14	12	5	60
59	6	9	17
11	15	61	4
7	58	16	10

Remarquons que seules les cases comportant la lettre D sont à calculer ! Les autres peuvent être mémorisées !

Carré magique

Quelques vérifications de la formule ...

- $1^{\text{ère}}$ colonne : (C-x)+(D-y)+(B+y)+(A+x)= A + B + C + D

Quelques vérifications de la formule ...

- 1ère colonne : (C-x)+(D-y)+(B+y)+(A+x)= A + B + C + D
- 2ème ligne : (D-y)+A+B+(C+y)= A + B + C + D

Carré magique

Quelques vérifications de la formule ...

- $1^{\text{ère}}$ colonne : (C-x)+(D-y)+(B+y)+(A+x)= A + B + C + D
- $2^{\text{ème}}$ ligne : (D-y)+A+B+(C+y)= A + B + C + D
- une diagonale : (C-x)+A+D+(B+x) = A + B + C + D

Carré magique

Quelques vérifications de la formule ...

- $1^{\text{ère}}$ colonne : (C-x)+(D-y)+(B+y)+(A+x)= A + B + C + D
- $2^{\text{ème}}$ ligne : (D-y)+A+B+(C+y)= A + B + C + D
- une diagonale : (C-x)+A+D+(B+x) = A + B + C + D
- les 4 coins :(C-x)+(D-x)+(B+x)+(A+x)= A + B + C + D

Tour de divination 1. . .

Matériel : un dictionnaire, un crayon, une feuille, une enveloppe.

Avant de commencer, et, à l'insu des élèves, je retiens le premier mot de la page 24 du dictionnaire.
Devant les élèves, j'écris ce mot sur un bout de papier et je le place dans l'enveloppe.

Je demande aux élèves de choisir un nombre entre 1 et 1000, de multiplier ce nombre par 4, de multiplier le produit obtenu par 6 et, enfin, de diviser le produit final par le nombre de départ qu'ils ont choisi.

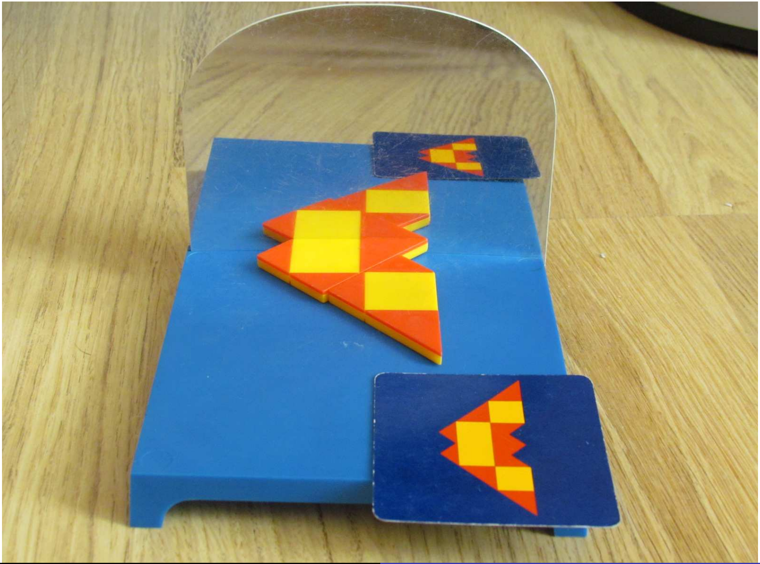
Ensuite, je leur demande d'ouvrir le dictionnaire à la page correspondant au quotient calculé et de lire le premier mot qui s'y trouve. Un élève ouvre l'enveloppe et trouve ce même mot, écrit sur le bout de papier.

Tour de divination 2. . .

Choisis un nombre de 5 chiffres. Choisis un autre nombre de 5 chiffres et aligne-le sous le premier.
À mon tour, je choisis un nombre de 5 chiffres et l'aligne en dessous du précédent.Choisis un autre nombre de 5 chiffres et aligne-le sous le précédent.
À mon tour, je choisis un nombre de 5 chiffres et l'aligne en dessous du précédent.
Additionnons ces 5 nombres . . .
Chut . . .Je connais déjà le résultat . . .

Réflexion

Jeu de symétrie



Aligner 4 objets ayant un caractère commun

Cathédrale

Les joueurs posent tour à tour des bâtiments de leur couleur, en essayant de fermer des territoires où ils seront les seuls à pouvoir ensuite construire.

Retours des élèves . . .

- « J'aimais beaucoup, malgré ma grande faiblesse en maths, surtout les pliages d'enveloppes ».

Retours des élèves . . .

- « J'aimais beaucoup, malgré ma grande faiblesse en maths, surtout les pliages d'enveloppes ».
- « Ça sortait des maths habituelles ! C'était chouette ! ».

Retours des élèves . . .

- « J'aimais beaucoup, malgré ma grande faiblesse en maths, surtout les pliages d'enveloppes ».
- « Ça sortait des maths habituelles ! C'était chouette ! ».
- « Ce que j'ai aimé, c'est les pavages et les constructions avec des enveloppes. C'était très original ».

Retours des élèves . . .

- « J'aimais beaucoup, malgré ma grande faiblesse en maths, surtout les pliages d'enveloppes ».
- « Ça sortait des maths habituelles ! C'était chouette ! ».
- « Ce que j'ai aimé, c'est les pavages et les constructions avec des enveloppes. C'était très original ».
- « C'était vraiment chouette, j'ai appris de nouvelles choses, ce sont vraiment des ateliers à refaire ».

Retours des élèves . . .

- « J'aimais beaucoup, malgré ma grande faiblesse en maths, surtout les pliages d'enveloppes ».
- « Ça sortait des maths habituelles ! C'était chouette ! ».
- « Ce que j'ai aimé, c'est les pavages et les constructions avec des enveloppes. C'était très original ».
- « C'était vraiment chouette, j'ai appris de nouvelles choses, ce sont vraiment des ateliers à refaire ».
- « J'ai bien aimé me creuser la tête ».

Retours des élèves . . .

- « J'aimais beaucoup, malgré ma grande faiblesse en maths, surtout les pliages d'enveloppes ».
- « Ça sortait des maths habituelles ! C'était chouette ! ».
- « Ce que j'ai aimé, c'est les pavages et les constructions avec des enveloppes. C'était très original ».
- « C'était vraiment chouette, j'ai appris de nouvelles choses, ce sont vraiment des ateliers à refaire ».
- « J'ai bien aimé me creuser la tête ».
- « C'était vraiment chouette, on voit que les maths ne servent pas qu'à calculer mais aussi à faire des jeux ! ».

Retours des élèves . . .

- « J'aimais beaucoup, malgré ma grande faiblesse en maths, surtout les pliages d'enveloppes ».
- « Ça sortait des maths habituelles ! C'était chouette ! ».
- « Ce que j'ai aimé, c'est les pavages et les constructions avec des enveloppes. C'était très original ».
- « C'était vraiment chouette, j'ai appris de nouvelles choses, ce sont vraiment des ateliers à refaire ».
- « J'ai bien aimé me creuser la tête ».
- « C'était vraiment chouette, on voit que les maths ne servent pas qu'à calculer mais aussi à faire des jeux ! ».
- « C'était bien sympa et amusant. Ce serait cool qu'il y en ait à nouveau ! ».

- http ://images.math.cnrs.fr/De-beaux-entrelacs.html
- http ://www-fourier.ujf-grenoble.fr/ morales/Morales-livre-pavage-fr.pdf
- http ://www.jlsigrist.com/tangramco.html
- http ://chtioleo.free.fr/nouvellepage1.htm
- http ://www.bluemarguerite.com/Loisirs-creatifs/tuto-7455-carte-geometrique.deco
- http ://www.fubiz.net/2012/11/13/pop-up-light/
- http ://mathactivite.free.fr/menus/01p03-flexacube.php
- http ://mathactivite.free.fr/pdf/01p03-kaleidocycle-i6-fiche-enveloppes-apmep-rennes.pdf

- Mathémagie des pliages Edition du Kangourou
- http ://www.latoilescoute.net/codes-secrets
- http ://www.dcode.fr/code-cesar
- http ://www.youtube.com/watch ?v=tygl3eWgT2U
- http ://ville-min.gerard.free.fr/Wwwgvmm/CarreMag/CMDebut.htm
- http ://math.en.jeux.chez-alice.fr/tangrams/coeur

Merci pour votre participation et votre écoute !